Flächeninhalt kniffliger Kreisteile

aus/zu:

Kohls Kostprobe

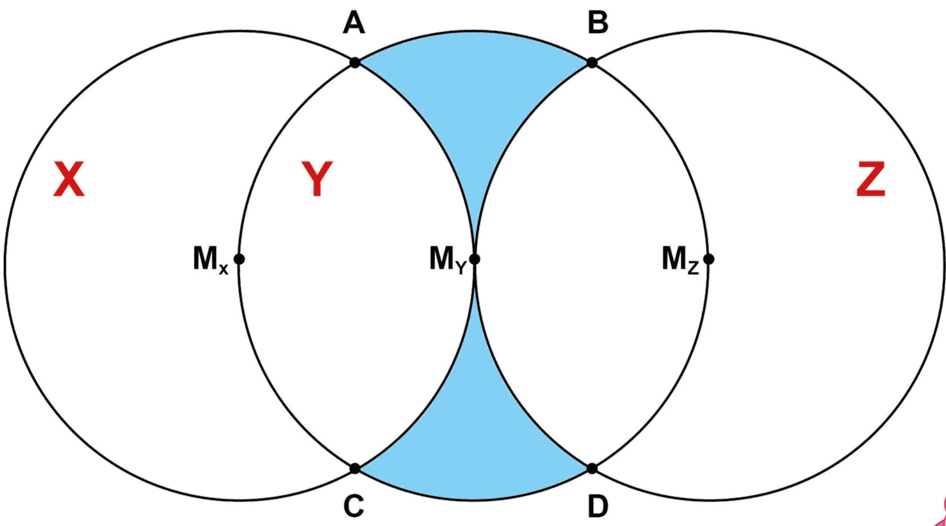
.. als PDF-Download

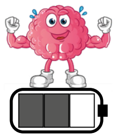
Lernen mit Erfolg

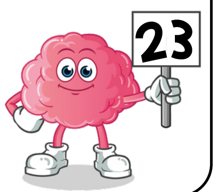
KOHL VERLAG

Die Kreise X, Y und Z sind kongruent und liegen in einer Reihe. Der Radius der Kreise beträgt r = 4 cm. Die Kreislinie des Kreises Y schneidet die Mittelpunkte der Kreise X und Z. Die Kreislinien der Kreise X und Z schneiden sich im Mittelpunkt des Kreises Y. Es entstehen die Schnittpunkte A, B, C und D.

Wie groß ist der Flächeninhalt der blauen Fläche?





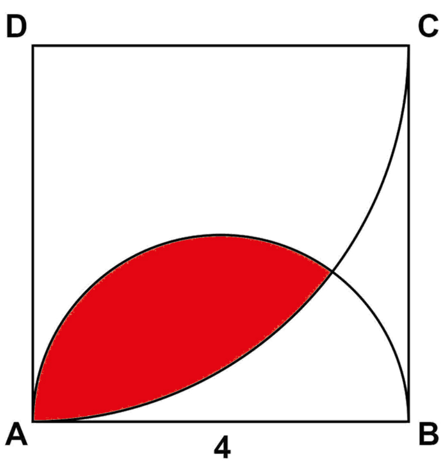


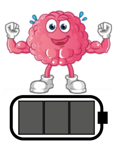
Zeichnung nicht maßstäblich

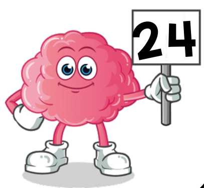
In einem Quadrat mit der Kantenlänge 4 cm sind ein Viertelkreis und ein Halbkreis eingezeichnet. Die beiden Kreisteile schließen eine rote Fläche ein.

AB = 4 cm

Wie groß ist der Flächeninhalt der roten Fläche?

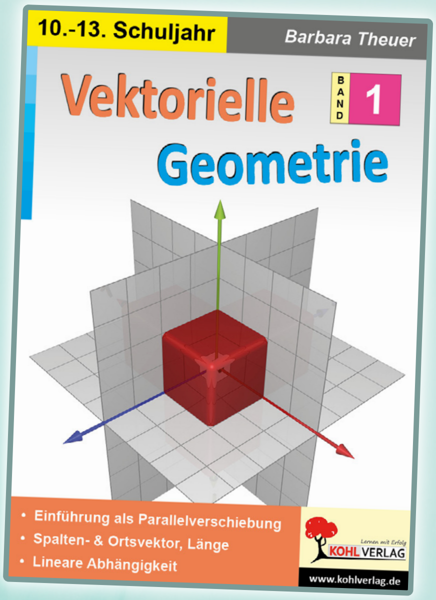


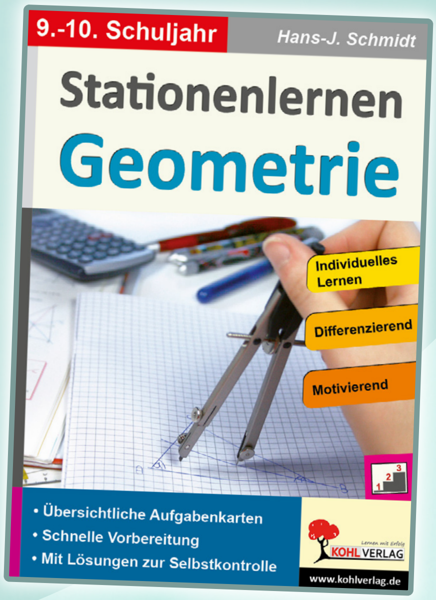




Zeichnung nicht maßstäblich

Ergänzende Arbeitshefte





Passende Arbeitsblätter für Ihren Unterricht

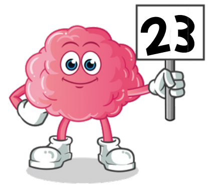
Der Kohl-Verlag bietet praxiserprobtes Unterrichtsmaterial für alle Schulformen – direkt einsetzbar und differenziert aufbereitet. Ob als Print oder digital: Die Materialien fördern individuelles Lernen und sparen wertvolle Vorbereitungszeit. Profitieren Sie von attraktiven Rabatten, kostenlosen Proben und einem zuverlässigen Service – ideal für Lehrer:innen, Referendar:innen und Pädagog:innen.

- → **sofort einsatzbereit**
- → **mit Lösungen**
- → **differenziert**
- → **als Print und PDF verfügbar**
- → **vieles auch interaktiv als PDF+ erhältlich**

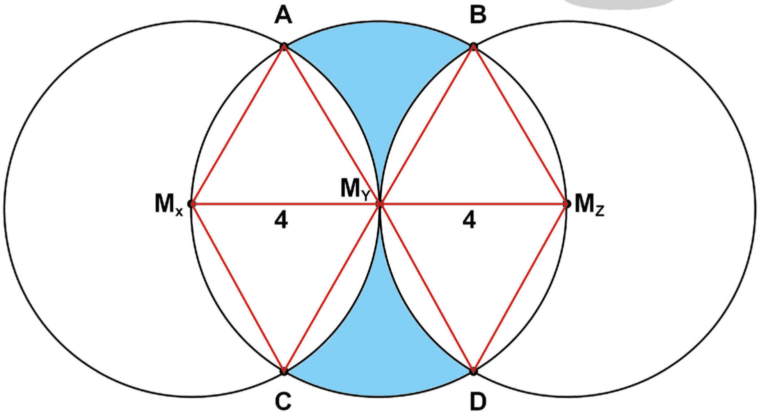
weitere Produkte in unserem Shop

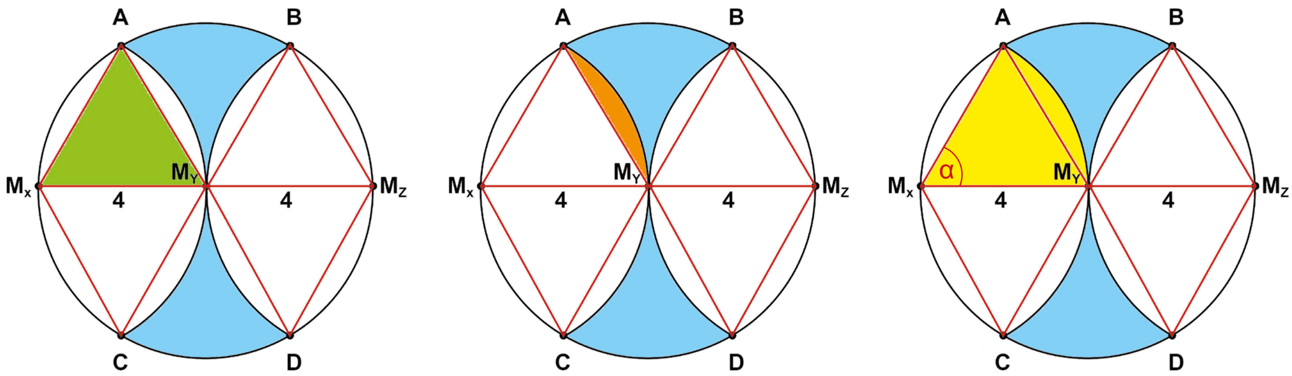
Lernen mit Erfolg
KOHL VERLAG

Lösungsvorschlag



Zur Bearbeitung unterteilen wir die Figur in geometrische Flächen: Dabei verbinden wir M_X mit M_Y, sowie M_Y mit M_Z. Die Strecken entsprechen dem Radius r = 4 cm. Dann werde die Eckpunkte A, B, C und D mit den benachbarten Mittelpunkten verbunden (Skizze). Es entstehen zwei kongruente, gleichseitige Rauten. Außerdem entstehen diese weiteren Flächen:





Daraus folgt: $A_{blau} = A_{ges} - 4 \cdot A_{grün} - 8 \cdot A_{orange}$

Berechnung A_{ges}:
Diese Fläche ist ein Kreis mit einem Radius von 4 cm. Es gilt:

$A_{ges} = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 \approx \mathbf{50{,}27\ cm^2}$

Berechnung $A_{grün}$:
Diese Fläche ist ein gleichseitiges Dreieck, da jede Seite dem Radius r = 4 cm entspricht. Es gilt:

$A_{grün} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{4^2}{4} \cdot \sqrt{3} \approx \mathbf{6{,}93\ cm^2}$

Berechnung A_{orange}: $A_{orange} = A_{gelb} - A_{grün}$

Diese Fläche ist ein Kreissegment. Da das grüne Dreieck gleichseitig ist, wissen wir, dass jeder Winkel 60° beträgt.

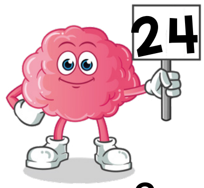
$A_{gelb} = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360} = \pi\ 4^2 \cdot \frac{60}{360} \approx \mathbf{8{,}38\ cm^2}$ **(Kreisausschnitt)**

$A_{orange} = A_{gelb} - A_{grün} = 8{,}38 - 6{,}93 = \mathbf{1{,}45\ cm^2}$ **(Kreissegment)**

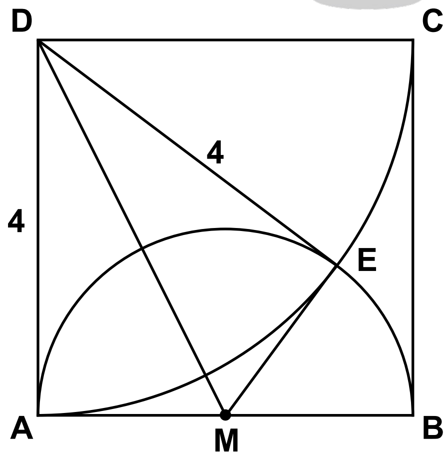
$A_{blau} = A_{ges} - 4 \cdot A_{grün} - 8 \cdot A_{orange}$

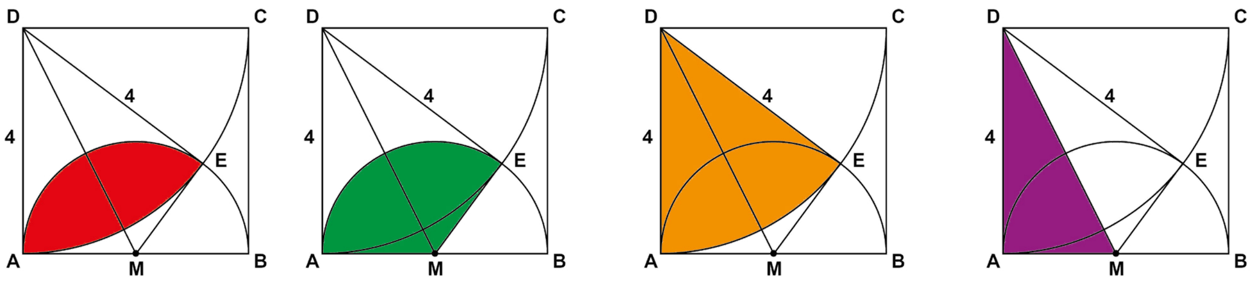
$A_{blau} = 50{,}27\ cm^2 - 4 \cdot 6{,}93\ cm^2 - 8 \cdot 1{,}45\ cm^2$ => $A_{blau} \approx \underline{10{,}95\ cm^2}$

Zeichnung nicht maßstäblich



Zur Bearbeitung unterteilen wir die Figur in verschiedene Flächen. Zuerst verbinden wir den Eckpunkt D mit dem Schnittpunkt E der beiden Kreisteile.
Danach verbinden wir den Mittelpunkt M des Halbkreises mit dem Schnittpunkt E.
Schließlich verbinden wir die Punkte D und M. Somit haben wir verschiedene Flächen gebildet, die wie folgt aussehen:





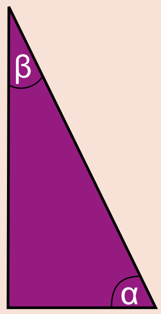
Daraus folgt: $A_{rot} = A_{grün} + A_{orange} - 2 \cdot A_{lila}$

Berechnung A_{lila}:
Diese Fläche ist ein rechtwinkliges Dreieck. Da M der Mittelpunkt der Strecke AB ist, beträgt AM 2 cm.

$A_{lila} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AD$

$A_{lila} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2$

$A_{lila} = \mathbf{4\ cm^2}$



Berechnung der Winkel α und β:

$\tan\alpha = \frac{4}{2}$ ➲ $\alpha \approx \mathbf{63{,}43°}$

$\tan\beta = \frac{2}{4}$ ➲ $\beta \approx \mathbf{26{,}57°}$

Berechnung $A_{grün}$:

Kreisausschnitt mit Radius r = 2 cm und dem Kreiswinkel 2 α:

$A_{grün} = \pi r^2 \cdot \frac{2\alpha}{360} = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{2 \cdot 63{,}43}{360}$

$A_{grün} \approx \mathbf{4{,}43\ cm^2}$

Berechnung A_{orange}:

Kreisausschnitt mit Radius r = 4 cm und dem Kreiswinkel 2 β:

$A_{orange} = \pi r^2 \cdot \frac{2\beta}{360} = \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{2 \cdot 26{,}57}{360}$

$A_{orange} \approx \mathbf{7{,}42\ cm^2}$

$A_{rot} = A_{grün} + A_{orange} - 2 \cdot A_{lila}$

$A_{rot} = 4{,}43\ cm^2 + 7{,}42\ cm^2 - 2 \cdot 4\ cm^2$ => $A_{rot} \approx \underline{3{,}85\ cm^2}$

Zeichnung nicht maßstäblich

Dieses Produkt ist eine Erweiterung zum Arbeitsheft:

Knacknüsse der Geometrie

ab 11,99 €

Das Arbeitsheft ist vorgesehen zum Einsatz in der Sekundarstufe in den Klassen 10 bis 13. Mathematik ist nicht nur eine Disziplin der anzuwendenden Formeln. Die vorliegende Sammlung von 22 teils recht kniffligen, ja anspruchsvollen Aufgaben rund um die Geometrie soll genau hier ansetzen. Die benötigten Techniken (Satz des Pythagoras, Kreisberechnung, Trigonometrie) werden ab Klasse 9 vermittelt.
Das Hauptaugenmerk liegt darauf, hinter die Problematik zu blicken, Lösungswege zu erforschen ja zu tüfteln und knobeln, Ideen testen und notfalls auch verwerfen. Durch die dreifache Differenzierung ist für jeden Schüler etwas dabei.

Produkt im Shop ansehen

Bildquellen © AdobeStock.com:
britaseifert (Hintergrund), LDarin (Pfeile), fotografikateria (roter Pinselstrich), fendy (Computer-Icon);
S. 2, 4, 5: dataimasu;
Zeichnungen: Stefan Lamm

Lernen mit Erfolg
KOHL VERLAG