

# Rechnen mit Primzahlen

aus/zu:



5.-7. Schuljahr

Axel Gutjahr

## Einstieg in die Mathematik der Unterstufe

KlaPuStri • Zahlenlehre • Bruchrechnung •  
Flächen- & Rauminhalte • Prozentrechnung ...



Themen der Unterstufe  
mittels konkreter  
Beispiele vermitteln



[www.kohlverlag.de](http://www.kohlverlag.de)

**Kohls  
Kostprobe**

.. als PDF-Download



Lernen mit Erfolg

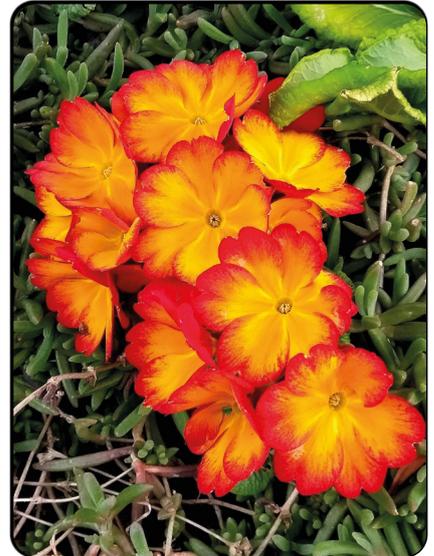
**KOHL VERLAG**



# Rechnen mit Primzahlen

Wahrscheinlich kennst du bereits die zu den Frühlingsblüchern gehörende Primel sowie das Wort primär.

Die Bezeichnung Primel leitet sich von dem lateinischen „primula“ ab, was so viel bedeutet, wie „ich bin die erste“ und auf das zeitige Erscheinen dieser Pflanze im Frühjahr Bezug nimmt. Ähnlich verhält es sich mit dem Wort „primär“, was so viel heißt, wie „an erster Stelle beziehungsweise im Vordergrund stehend“.



In der **Mathematik** spielen die **Primzahlen** (lateinisch primus = der Erste) – auch wenn es im ersten Moment nicht so erscheinen mag – eine ganz **besondere Rolle**. Daraus ergibt sich die Frage: „Was sind eigentlich Primzahlen?“



Bei den **Primzahlen** handelt es sich um **natürliche Zahlen**, die nur durch **1** sowie durch sich selbst **GANZZAHLIG** teilbar sind.

**Aufgabe 1:** *Warum wird die 1, bei der es sich um eine natürliche Zahl handelt, nicht zu den Primzahlen gerechnet?*

---

---

---

Die Reihenfolge der Primzahlen bis 20 lautet: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

**Aufgabe 2:** *Wenn du dir die Primzahlen bis 20 genau anschaust, fällt auf, dass außer der 2 alle anderen Zahlen ungerade sind. Begründe warum die 2 trotzdem eine Primzahl ist.*

---

---

---



## Rechnen mit Primzahlen

### ☞ Welchen praktischen Nutzen haben Primzahlen?

Dieser besteht darin, dass sich **sämtliche anderen natürlichen Zahlen GANZZAH-LIG in Primzahlen zerlegen lassen**. Mit Hilfe einer derartigen Zerlegung kann man beispielsweise bei sehr großen Brüchen jene Zahlen sehr schnell und einfach finden, durch die gekürzt werden soll.

### ☞ Wie erfolgt nun die Zerlegung in Primzahlen?

Hierzu zunächst ein ganz einfaches Beispiel, für das wir die Zahl 12 verwenden:

- Im ersten Schritt prüfst du, ob sich 12 **ganzzahlig** durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist möglich,  $12 : 2 = 6$ .
- Im nächsten Schritt prüfst du, ob sich auch die ermittelte 6 durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist ebenfalls möglich,  $6 : 2 = 3$ .
- Bei der 3, die als Quotient bei der letzten Division ermittelt wurde, handelt es sich um eine Primzahl, deshalb erfolgt keine weitere Teilung.
- Fügen wir nun **alle** ermittelten Primzahlen, in welche die 12 zerlegt wurde, zu einer Multiplikation zusammen, ergibt das  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ .

Ein zweites Beispiel, bei dem die 80 in Primzahlen zerlegt werden soll:

- Im ersten Schritt prüfst du, ob sich 80 durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist möglich,  $80 : 2 = 40$ .
- Im nächsten Schritt prüfst du, ob sich auch die ermittelte 40 durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist ebenfalls möglich,  $40 : 2 = 20$ .
- Nun wird geprüft, ob sich die ermittelte 20 durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist ebenfalls möglich,  $20 : 2 = 10$ .
- Auch die ermittelte 10 lässt sich durch die 2 teilen.  $10 : 2 = 5$ .
- Bei der 5, die als Quotient bei der letzten Division ermittelt wurde, handelt es sich um eine Primzahl, deshalb erfolgt keine weitere Teilung.
- Fügen wir nun alle ermittelten Primzahlen, in welche die 80 zerlegt wurde, zu einer Multiplikation zusammen, ergibt das  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80$ .

Ein drittes Beispiel, bei dem die 9 in Primzahlen zerlegt werden soll.

- Im ersten Schritt wird geprüft, ob sich die 9 ganzzahlig durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist nicht möglich.
- Nun wird geprüft, ob sich die 9 ganzzahlig durch die nächstgrößere Primzahl, also die 3, zerlegen lässt. Das ist möglich,  $9 : 3 = 3$ .
- Bei der 3, die als Quotient bei der letzten Division ermittelt wurde, handelt es sich um eine Primzahl, deshalb erfolgt keine weitere Teilung.
- Fügen wir nun alle ermittelten Primzahlen, in welche die 9 zerlegt wurde, zu einer Multiplikation zusammen, ergibt das  $3 \cdot 3 = 9$ .

# Ergänzende Arbeitshefte



## Passende Arbeitsblätter für Ihren Unterricht

Der Kohl-Verlag bietet praxiserprobtes Unterrichtsmaterial für alle Schulformen – direkt einsetzbar und differenziert aufbereitet. Ob als Print oder digital: Die Materialien fördern individuelles Lernen und sparen wertvolle Vorbereitungszeit. Profitieren Sie von attraktiven Rabatten, kostenlosen Proben und einem zuverlässigen Service – ideal für Lehrer:innen, Referendar:innen und Pädagog:innen.

- ➔ sofort einsatzbereit
- ➔ mit Lösungen
- ➔ differenziert
- ➔ als Print und PDF verfügbar
- ➔ vieles auch interaktiv als PDF+ erhältlich



weitere Produkte in unserem Shop





## Rechnen mit Primzahlen

**Aufgabe 3:** Zerlege die 42 in Primzahlen. Notiere dabei kurz deine Vorgehensweise.

---



---



---

Wie bereits erwähnt, lassen sich großzahlige Brüche mit Hilfe der Primzahlenzerlegung kürzen, wodurch man eine bessere Übersichtlichkeit für den weiteren Rechenverlauf erhält.



**Wichtig ist bei der Primzahlenzerlegung von Brüchen, dass sich sowohl Nenner als auch Zähler immer durch gemeinsame Primzahlen teilen lassen!**

Für eine Beispielrechnung soll der Bruch  $\frac{84}{112}$  dienen.

- Man prüft, ob sich sowohl Nenner als auch Zähler durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lassen. Das ist möglich ( $84 : 2 = 42$  und  $112 : 2 = 56$ )  $\Rightarrow \frac{84}{112} = \frac{42}{56}$ .
- Im nächsten Schritt prüft man erneut, ob sich auch  $\frac{42}{56}$  durch eine Primzahl kürzen lässt. Dabei beginnt man erneut mit der kleinsten Primzahl, also der 2. Ein derartiges Kürzen ist ebenfalls möglich ( $42 : 2 = 21$  und  $56 : 2 = 28$ )  $\Rightarrow \frac{42}{56} = \frac{21}{28}$ .
- Im folgenden Schritt prüft man erneut, ob sich auch die  $\frac{21}{28}$  durch 2 kürzen lässt. Das ist nicht möglich. Man probiert ein Kürzen mit der nächst größeren Primzahl also der 3. Aber auch das ist nicht möglich. Ebenso gelingt kein Kürzen mit der Primzahl 5. Aber eine Division durch die Primzahl 7 ist schließlich möglich ( $21 : 7 = 3$  und  $28 : 7 = 4$ )  $\Rightarrow \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ .
- Ein weiteres Kürzen von  $\frac{3}{4}$  ist nicht möglich.
- Im letzten Schritt multipliziert man die Primzahlen, durch die in den vorherigen Schritten gekürzt wurde (also  $2 \cdot 2 \cdot 7$ ) und erhält 28. Man hätte also die  $\frac{84}{112}$  auch sofort durch 28 kürzen können, um  $\frac{3}{4}$  zu erhalten. Mathematisch würde das so aussehen:  $\frac{84}{112} = \frac{3}{4}$ .

**Aufgabe 4:** Der Beispielbruch  $\frac{819}{1008}$  soll gekürzt werden. Notiere dabei kurz deine Vorgehensweise.

---



---



---

## ! Rechnen mit Primzahlen

**Aufgabe 1:** Gemäß Definition müssen Primzahlen durch 1 und sich selbst teilbar sein. Für die 1 wäre dann eine Dopplung vorhanden (teilbar durch 1 und bezogen auf den zweiten Teil der Definition „durch sich selbst teilbar“, noch nochmals durch 1 teilbar).

**Aufgabe 2:** Die 2 erfüllt alle Kriterien, die in der Definition der Primzahlen stehen. Sie ist durch 1 ( $2 : 1 = 2$ ) sowie durch sich selbst ( $2 : 2 = 1$ ) teilbar.

**Aufgabe 3:**

- Im ersten Schritt wird geprüft, ob sich die 42 ganzzahlig durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist möglich,  $42 : 2 = 21$ .
- Im nächsten Schritt prüfst du, ob sich auch die ermittelte 21 durch die kleinste Primzahl, also die 2 teilen lässt. Das ist nicht möglich.
- Deshalb prüft man im folgenden Schritt, ob sich die 21 durch die nächst größere Primzahl, also die 3 teilen lässt. Das ist möglich,  $21 : 3 = 7$ .
- Bei der 7, die als Quotient bei der letzten Division ermittelt wurde, handelt es sich um eine Primzahl, deshalb erfolgt keine weitere Teilung.
- Fügen wir alle ermittelten Primzahlen, in welche die 42 zerlegt wurde, zu einer Multiplikation zusammen, ergibt das  $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ .

**Aufgabe 4:**

- Ein Kürzen beider Zahlen durch die 2 als kleinste Primzahl ist nicht möglich (das kann man bereits an der 819 feststellen, deren letzte Ziffer zu den ungeraden Zahlen gehört, welche sich bekanntlich nicht ganzzahlig durch 2 teilen lassen.)

- Man prüft, ob ein Kürzen durch die nächste Primzahl, also die 3 möglich ist. Das ist der Fall ( $819 : 3 = 273$  und  $1008 : 3 = 336$ )  $\Rightarrow \frac{819}{1008} = \frac{273}{336}$ .

- Im folgenden Schritt prüft man, ob ein nochmaliges Kürzen durch 3 möglich ist. Auch das ist der Fall ( $273 : 3 = 91$  und  $336 : 3 = 112$ )  $\Rightarrow \frac{273}{336} = \frac{91}{112}$ .

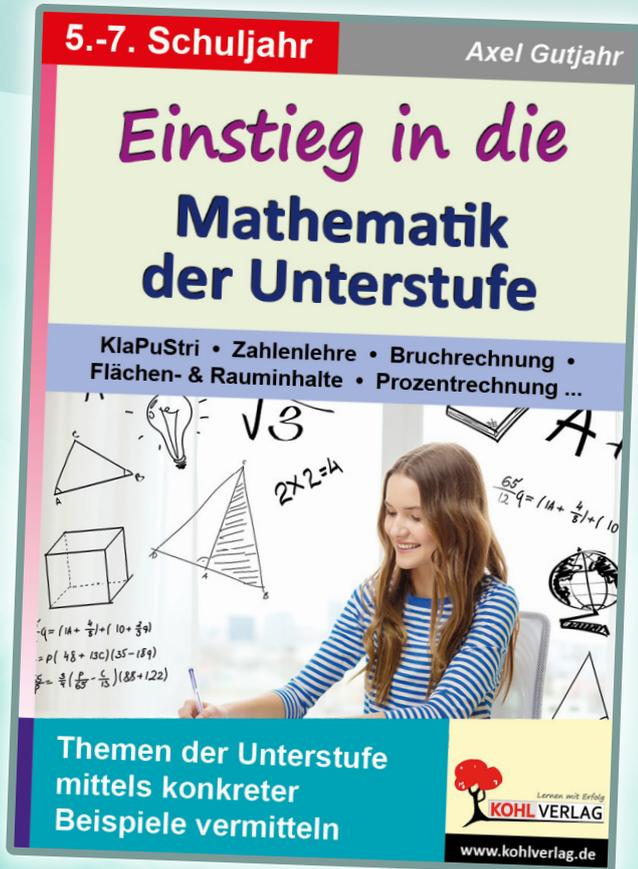
- Man prüft nun, ob sich auch  $\frac{91}{112}$  durch 3 kürzen lässt. Das ist nicht der Fall. Ebenso kann man diese Zahl nicht durch die nächste Primzahl, also die 5 kürzen. Aber ein Kürzen durch die darauffolgende Primzahl, die 7, ist möglich ( $91 : 7 = 13$  und  $112 : 7 = 16$ )  $\Rightarrow \frac{91}{112} = \frac{13}{16}$ .

- Ein weiteres Kürzen des Bruchs ist nicht möglich, weil es sich bei der 13 um eine Primzahl handelt und die 16 kein ganzzahliges Mehrfaches von dieser Zahl ist.

- Man multipliziert die Primzahlen, durch die in den vorangegangenen Schritten gekürzt wurde (also  $3 \cdot 3 \cdot 7$ ) und erhält 63. Somit wäre es auch möglich gewesen,  $\frac{819}{1008}$  sofort durch 63 zu kürzen  $\Rightarrow \frac{819}{1008} = \frac{13}{16}$ .

Dieses Produkt ist eine Erweiterung zum Arbeitsheft:

# Einstieg in die Mathematik der Unterstufe



ab 13,49 €

Das Arbeitsheft ist vorgesehen zum Einsatz in der Sekundarstufe ab Klasse 5.

Dieses innovative Lehrbuch macht Mathematik anschaulich und alltagsnah. Es vermittelt zentrale Themen wie Brüche, Prozentrechnung, Flächeninhalte oder negative Zahlen spielerisch und strukturiert. Konkrete Modellbeispiele, Mitmachaufgaben und Übungen fördern das logische Denken und zeigen, wie Mathematik im echten Leben funktioniert. Ein klarer Aufbau und praxisnahe Inhalte machen dieses Buch zu einem wertvollen Werkzeug für Lehrer und Schüler – damit Mathematik nicht nur gelernt, sondern wirklich verstanden wird.

[Produkt im Shop ansehen](#)



Bildquellen © AdobeStock.com:

britaseifert (Hintergrund), LDarin (Pfeile), fotografikateria (roter Pinselstrich), fendy (Computer-Icon);

Cornelia Gutjahr: S. 2



Lernen mit Erfolg

**KOHL VERLAG**